

# Exercices de probabilités

## 1° série

1. Au cours de 3 parties consécutives de pile ou face, quelle est la probabilité d'obtenir :

- a) exactement « 2 fois pile » ?
- b) « pile » au 3<sup>e</sup> lancé ?
- c) 3 fois la même face ?
- d) « 2 faces » au plus ?

2. Trois des dix filles d'une classe ont les yeux bleus. En prenant 2 filles au hasard, quelle est la probabilité pour que :

- a) toutes les 2 ont les yeux bleus ?
- b) aucune des 2 n'aient les yeux bleus ?
- c) au moins l'une d'elles ait les yeux bleus ?

3. Trois garçons et trois filles s'assoient sur un banc, leurs yeux étant bandés. Calculez la probabilité pour que :

- a) les 3 filles s'assoient l'une à côté de l'autre.
- b) l'on ait alternativement un garçon et une fille.

4. On sait que parmi 120 étudiants, 60 étudient le français, 50 étudient l'espagnol et 20 à la fois le français et l'espagnol.

En prenant un étudiant au hasard calculez la probabilité pour que cet étudiant :

- a) étudie le français ou l'espagnol.
- b) n'étudie ni le français ni l'espagnol.

5. Le grand condor du zoo mange des mulots. La réserve de mulots héberge 5 mulots blancs, dont 2 femelles, et 7 mulots gris, dont 3 femelles. Le gardien chargé de la nourriture attrape au hasard 2 mulots.

Calculez la probabilité des événements suivants :

- A : les 2 mulots sont gris,
- B : les 2 mulots sont des femelles,
- C : c'est un couple de la même couleur,
- D : les 2 sont de la même couleur.

6. Mon lecteur de CD me permet de sélectionner des titres et de les passer dans un ordre aléatoire, avec éventuellement des répétitions.

Sur un CD de Brassens, j'ai sélectionné « le testament », « la prière » et « le vent ». Le lecteur passe 4 chansons au hasard. Calculez la probabilité pour que :

- a) chacune des 3 chansons sélectionnées passe au moins 1 fois.
- b) le lecteur passe 4 fois la même chanson.
- c) le lecteur passe le « testament », « la prière » et « le vent » à la suite et dans l'ordre.
- d) le lecteur passe 2 fois « le testament » et 2 fois « la prière ».
- e) le lecteur passe au moins 1 fois « le testament ».

7. Tom a 5 pièces dans sa poche : 5 u.m., 10 u.m., 2 u.m., 1 u.m. et 0,5 u.m..

Il prend au hasard 3 pièces dans sa poche.

a) A l'aide d'un arbre décrire toutes les sommes qu'il peut obtenir.

Combien y a-t-il de sommes différentes ?

b) Déterminer la probabilité pour que Tom ait suffisamment pour payer sa consommation de 8 u.m.

8. Trois chevaux participent à une course.

A a 2 fois plus de chances que B de gagner et B a 2 fois plus de chances que C de gagner.

a) Quelles sont les probabilités de gagner des 3 chevaux ?

b) Quelle est la probabilité pour que B ou C soit le vainqueur ?

9. On choisit 2 cartes au hasard parmi 10 cartes numérotées de 1 à 10. Calculez la probabilité pour que la somme des cartes tirées soit impaire si

a) on tire les 2 cartes ensemble.

b) on fait un tirage exhaustif des 2 cartes l'une après l'autre 5 (on ne remet pas la 1<sup>e</sup> carte tirée )

c) on fait un tirage non exhaustif des 2 cartes l'une après l'autre (la 1<sup>e</sup> carte tirée est remise dans le jeu ).

10. On prend au hasard 4 ampoules d'un lot de 15 dont 5 sont défectueuses.

Calculez la probabilité pour que :

a) aucune ampoule ne soit défectueuse.

b) exactement une ampoule soit défectueuse.

c) au moins deux ampoules soient défectueuses.

11. Une classe comporte 10 garçons dont la moitié a les yeux marron et 20 filles dont la moitié a les yeux marron. Calculez la probabilité pour qu'une personne tirée au hasard ait les yeux marron ou soit un garçon.

## 2° série

12. On jette 3 fois de suite une pièce de monnaie bien équilibrée. On considère les événements suivants :

A : « le 1° lancé est face »

B : « le 2° lancé est face »

C : « 2 lancers consécutifs donnent face »

Etudiez par calcul l'indépendance des événements A et B, A et C, B et C.

13. Une boîte A contient 8 pièces détachées dont 3 sont défectueuses et une boîte B contient 5 pièces dont 2 sont défectueuses. On tire au hasard une pièce dans chaque boîte.

- Quelle est la probabilité pour que les 2 pièces détachées ne soient pas défectueuses ?
- Quelle est la probabilité pour que l'une des pièces soit défectueuse et l'autre pas ?

14. Une équipe de football possède une probabilité de 0,6 de remporter une victoire, de 0,3 de subir une défaite et de 0,1 de faire match nul. L'équipe joue 3 matches pendant le week-end. Calculez la probabilité pour que :

- l'équipe gagne au moins une fois et ne perde pas,
- l'équipe gagne, perde et fasse match nul.

15. Les probabilités pour que 3 élèves A, B et C trouvent la solution d'un problème sont respectivement de  $\frac{1}{6}$ ,  $\frac{1}{4}$  et  $\frac{1}{3}$

- Calculez la probabilité pour que l'un d'eux exactement résolve le problème.
- Calculez la probabilité pour que le problème ne soit pas résolu.
- Quelle est la probabilité pour que l'élève A ait résolu le problème sachant que seulement l'un d'entre eux l'a résolu ?

16. La probabilité pour qu'un homme vive encore 10 ans est de  $\frac{1}{4}$  et la probabilité pour que sa femme vive encore 10 ans est de  $\frac{1}{3}$ . Calculez la probabilité pour que

- tous les 2 vivent encore 10 ans,
- l'un d'eux au moins vive encore 10 ans,
- aucun d'eux ne vive encore 10 ans,
- seulement la femme vive encore 10 ans.

17. Une classe comporte 10 garçons et 5 filles. On choisit 3 élèves de la classe au hasard l'un après l'autre. Quelle est la probabilité pour que :

- a) les 2 premiers soient des garçons et le 3<sup>e</sup> une fille ?
- b) l'on ait choisi 2 filles et un garçon ?
- c) si le 1<sup>e</sup> et le 3<sup>e</sup> élève choisis sont de même sexe et le 2<sup>e</sup> de sexe opposé, le 2<sup>e</sup> soit une fille ?

18. Dans les 3 premières années d'un athénée, 4% des garçons et 1% des filles mesurent plus de 1,60 m. On sait que 60% des élèves sont des filles. Si l'on prend un élève au hasard, calculez la probabilité pour que :

- a) cet élève soit une fille qui mesure plus de 1,60 m.
- b) cet élève soit un garçon qui mesure moins de 1,60 m.
- c) cet élève soit une fille si l'on sait que celui-ci mesure plus de 1,60 m.

19. Trois machines A, B et C produisent resp. 60%, 30% et 10% du nombre total de pièces fabriquées dans une usine. Les pourcentages de résultats défectueux de ces machines sont resp. de 2%, 3% et 4%. On choisit une pièce au hasard. Calculez la probabilité pour que :

- a) cette pièce soit une pièce défectueuse produite par la machine A.
- b) cette pièce soit une pièce non défectueuse produite par la machine C.
- c) cette pièce ait été produite par la machine A sachant qu'elle est défectueuse.
- d) cette pièce ait été produite par la machine B sachant qu'elle est non défectueuse.

20. Dans le championnat d'échecs de Liverpool, Paul, John et Georges vont disputer la sélection finale dont le vainqueur sera opposé au champion en titre Robert. Paul a 1 chance sur 3 d'être sélectionné, John 1 sur 2 et donc George 1 sur 6. Contre Paul, Robert a 2 chances sur 3 d'être sélectionné, contre John 3 sur 5 et contre Georges 3 sur 4.

- a) Quelle est la probabilité pour Robert de remporter le titre ? de ne pas le remporter ?
- b) Sachant que Robert a remporté le titre, quelle est la probabilité qu'il l'ait remporté en battant Paul ?

21. Un nouveau test de détection d'un virus a été mis au point. Si un individu est porteur du virus, il a une probabilité de 0,95 d'être reconnu « positif ». si un individu est sain, il a quand même une probabilité de 0,10 d'être déclaré « positif ». Dans un ensemble de personnes, 10% sont porteuses du virus.

- a) Quelle est la probabilité pour qu'un individu déclaré « positif » soit réellement porteur du virus ?
- b) Quelle est la probabilité pour qu'un individu déclaré « négatif » soit réellement sain ?

22. Dans une entreprise comprenant 70% d'employés (dont 80% sont mariés) et 30% de cadres (dont 40% sont célibataires), on contacte un salarié pour une enquête. Quelle est la probabilité pour que :

- a) ce salarié soit un cadre célibataire ?
- b) ce salarié soit un employé célibataire ?
- c) un célibataire soit un cadre ?
- d) un salarié marié soit un employé ?

23. À l'occasion d'une cérémonie, un pâtissier confectionne un assortiment de 180 gâteaux composé d'éclairs au chocolat, d'éclairs au café, de religieuses au chocolat et de religieuses au café.

Les deux tiers de ces pâtisseries sont des éclairs. On sait également qu'il y a 100 gâteaux au chocolat parmi lesquels un quart sont des religieuses.

a) À partir des indications de l'énoncé, compléter le tableau suivant :

	<b>Chocolat</b>	<b>Café</b>	<b>Total</b>
<b>Éclairs</b>			
<b>Religieuses</b>			
<b>Total</b>			180

b) Antoine choisit au hasard un gâteau parmi toutes les pâtisseries. Quelle est la probabilité qu'il s'agisse

- 1) d'un éclair au chocolat ?
- 2) d'une religieuse ?
- 3) d'une pâtisserie au café ?

c) Bernard prend une pâtisserie au hasard. Sachant qu'il s'agit d'une religieuse, quelle est la probabilité que celle-ci soit au chocolat ?

d) Corentin a pris deux gâteaux au hasard. Quelle est la probabilité qu'ils aient le même parfum ?

24. On étudie un groupe de personnes composé de fumeurs et de non -fumeurs.

Parmi les 304 fumeurs, on compte 50 % de Sportifs et parmi les 62% de non- fumeurs, on compte 466 Sportifs. Compléter le tableau ci- dessous

	<b>Fumeurs</b>	<b>Non fumeurs</b>	<b>Total</b>
Sportifs	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Non sportifs	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Total	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

On tire une personne au hasard:

a) Sachant que cette personne appartient à la catégorie des Sportifs, quelle est la probabilité qu'elle appartienne à la catégorie des Non fumeurs?

b) Sachant que cette personne appartient à la catégorie des Fumeurs, quelle est la probabilité qu'elle appartienne à la catégorie des Non sportifs?

25. Un sondage d'opinion a donné les résultats suivants :

Réponses à la question posée	Hommes	Femmes	
oui	52	64	
non	36	25	
Sans réponse	12	11	

Quelle est la probabilité pour que :

- a) la réponse soit oui ?
- b) la réponse soit oui si la personne est une femme ?
- c) la réponse d'une femme soit non ?
- d) on obtienne une réponse négative ?
- e) un homme ne donne pas de réponse ?
- f) une réponse affirmative soit celle d'un homme ?

Solutions rédigées des exercices 1-2-4-8 et solutions de 3-5-6-7-9-10

1. On commence par déterminer  $E$  (si c'est nécessaire) et on en déduit  $\#E$ .

Dans ce cas-ci :  $E = \{PPP, PPF, PFP, FPP, FFP, PFF, FPF, FFF\}$

donc  $\#E = 8$

Ensuite on désigne l'événement à l'aide d'une majuscule latine et on détermine cet év. puis son cardinal.

a) Soit  $A$ : "obtenu exactement 2 fois pile".

$A = \{PPF, PFP, FPP\}$  et  $\#A = 3$

donc  $p(A) = \frac{\#A}{\#E} = \left(\frac{3}{8}\right)$

c) Soit  $C$ : "obtenu 3 fois la même face"

$C = \{PPP, FFF\}$  et  $\#C = 2$

donc  $p(C) = \frac{2}{8} = \left(\frac{1}{4}\right)$

b) Soit  $B$ : "obtenu pile au 3<sup>e</sup> lancé"

$B = \{PPP, PPF, FPP, FPF\}$  et  $\#B = 4$

donc  $p(B) = \frac{4}{8} = \left(\frac{1}{2}\right)$

d) Soit  $C$ : "obtenu 2 faces au plus" au plus = au max.

donc  $C$  peut s'écrire "obtenu 0 F ou 1 F ou 2 F"

$C$  est le contraire de l'év  $\bar{C}$ : "obtenu 3 F"

donc  $\bar{C} = \{FFF\}$  et  $\#\bar{C} = 1 \Rightarrow p(\bar{C}) = \frac{1}{8}$

$p(C) = 1 - p(\bar{C}) = 1 - \frac{1}{8} = \left(\frac{7}{8}\right)$  (prob. des év. contraires  $p(C) + p(\bar{C}) = 1$ )

2. Il est impossible de déterminer E en extension comme à l'ex. 1 mais on peut en déterminer son cardinal (seul élément qui nous intéresse).  
 Pour cela, on fait appel à l'analyse combinatoire car il s'agit de faire des groupes de 2 filles prises parmi 10. L'ordre n'importe pas et pas de répétition donc  $\#E = C_{10}^2 = \frac{10!}{2!8!} = 45$

a) Soit A: "les 2 filles choisies ont les yeux bleus"  
 Il y a 3 filles qui ont les yeux bleus donc  $\#A = C_3^2 = 3$   
 donc  $p(A) = \frac{C_3^2}{C_{10}^2} = \frac{3}{45}$

b) Soit B: "Aucune des 2 filles n'a les yeux bleus"  
 Il y a 7 filles qui n'ont pas les yeux bl. donc  $\#B = C_7^2 = 21$   
 donc  $p(B) = \frac{C_7^2}{C_{10}^2} = \frac{21}{45} = \frac{7}{15}$

c) Soit C: "Au moins l'une des 2 filles a les yeux bleus"  
 Au moins = au minimum  
 donc C: "1 des 2 filles a les yeux bleus ou les 2 ont les y. B."  
 C est le contraire de  $\bar{C}$ : "Aucune des 2 filles n'a les y. B" = B  
 donc  $p(C) = 1 - p(B) = 1 - \frac{7}{15} = \frac{8}{15}$

3-5-6-10. A vous!

Utilisez l'A.C. (mais pas nécessairement les combinaisons!)

Solution:

3. a)  $p(A) = \frac{1}{5}$       b)  $p(B) = \frac{1}{10}$

5.  $p(A) = \frac{7}{12}$        $p(B) = \frac{5}{33}$        $p(C) = \frac{3}{11}$        $p(D) = \frac{31}{66}$

6. a)  $p(A) = \frac{11}{27}$       b)  $p(B) = \frac{1}{27}$       c)  $p(C) = \frac{2}{27}$       d)  $p(D) = \frac{2}{27}$

e)  $p(F) = \frac{65}{81}$

10. a)  $p(A) = \frac{2}{13}$       b)  $p(B) = \frac{40}{51}$       c)  $p(C) = \frac{37}{51}$

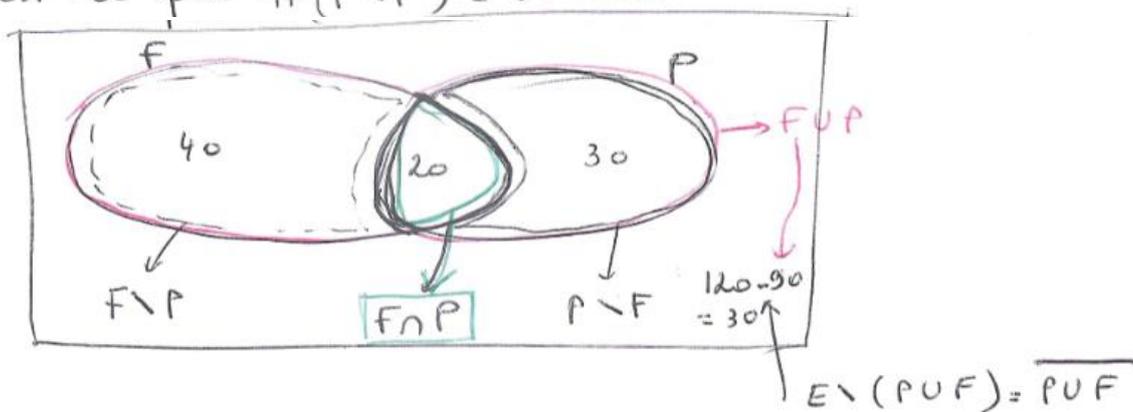
4. On peut résoudre cet exercice de 2 manières  
 1<sup>o</sup> méthode : en utilisant les ensembles

Soit  $F$  : "l'élève étudie le français"  $\#F = 60$   
 $P$  : " .. .. l'espagnol"  $\#P = 50$

$F$  et  $P$  sont non disjoints car  $\#(F \cap P) = 20$ .

Donc  $F \setminus P$  : "l'élève étudie uniquement le français"  
 est tel que  $\#(F \setminus P) = 60 - 20 = 40$

$P \setminus F$  : "l'élève étudie uniquement l'espagnol"  
 est tel que  $\#(P \setminus F) = 50 - 20 = 30$ .



a) Soit  $A$  : "l'élève étudie le français ou l'espagnol"  
 donc  $A = P \cup F$

$$P(A) = P(P \cup F) = \frac{\#(P \cup F)}{\#E} = \frac{40 + 20 + 30}{120} = \frac{90}{120} = \left(\frac{3}{4}\right)$$

b) Soit  $B$  : "l'élève n'étudie ni le fr. ni l'esp."  
 donc  $B =$  et  $\#B = 120 - 90 = 30$

$$P(B) = \frac{120 - 90}{120} = \frac{30}{120} = \left(\frac{1}{4}\right)$$

2<sup>o</sup> méthode : on utilise les formules vues au cours

a) Comme  $P$  et  $F$  sont non disjoints et que  $A = P \cup F$

$$P(A) = P(P \cup F) = P(P) + P(F) - P(P \cap F) = \frac{60}{120} + \frac{50}{120} - \frac{20}{120} = \frac{90}{120} = \left(\frac{3}{4}\right)$$

$$b) B = \overline{P \cup F} \text{ donc } B = \overline{A} \text{ et } P(B) = 1 - P(A) = 1 - \frac{3}{4} = \left(\frac{1}{4}\right)$$

11. Même principe.  $P(A) = \frac{2}{3}$ .

$$7. p(A) = \frac{7}{10}$$

8a) Attention, les évènements <sup>A, B, C</sup> ne sont pas équiprobables  
mais  $p(A) + p(B) + p(C) = 1$ .

$$\begin{cases} p(A) = 2p(B) \\ p(B) = 2p(C) \end{cases} \Rightarrow p(A) = 2 \cdot 2p(C) = 4p(C)$$

$$\text{Donc } 4p(C) + 2p(C) + p(C) = 1$$

$$7p(C) = 1$$

$$p(C) = \frac{1}{7}$$

$$\Rightarrow p(A) = 4 \cdot \frac{1}{7} = \frac{4}{7} \text{ et } p(B) = \frac{2}{7}$$

b) Le 2<sup>e</sup> év. est l'év.  $B \cup C$

$$\begin{aligned} p(B \cup C) &= p(B) + p(C) \quad (\text{3<sup>e</sup> axiome de K.}) \\ &= \frac{2}{7} + \frac{1}{7} = \left(\frac{3}{7}\right) \end{aligned}$$

$$9. a) p(A) = \frac{5}{9}$$

$$b) p(B) = \frac{5}{9}$$

$$c) p(C) = \frac{1}{2}$$